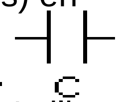
Dipôle RC

Physiquepilote

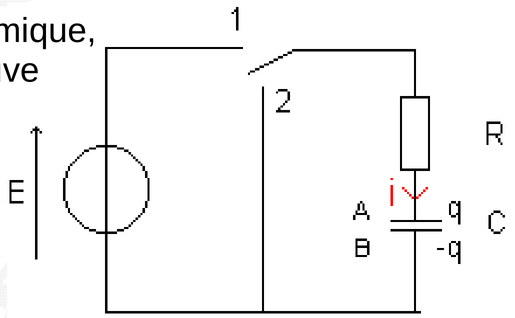
I / Le condensateur.   Animation 1   Animation 2

1°) Définition et symbole.

Un condensateur est constitué de deux conducteurs métalliques (les armatures) en influence mutuelle, séparés par un isolant (le diélectrique). Le symbole est: . 

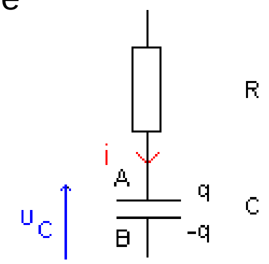
On notera qu'un circuit série comportant un condensateur est un circuit ouvert.
Il ne laisse donc pas passer un courant permanent. Un condensateur ne peut s'utiliser qu'en courant variable ou en régime transitoire.

2°) Charge et décharge du condensateur: Convention récepteur.



Lorsqu'un condensateur, en général associé à un dipôle ohmique, est soumis à une tension, la branche dans laquelle il se trouve est parcourue par un courant transitoire d'intensité i.
On choisit un sens positif du courant et on l'indique par Une flèche sur le circuit. Si le courant circule effectivement dans le sens positif choisi, son intensité est comptée positivement.
Si le courant circule dans le sens contraire, son intensité est comptée négativement. L'intensité est une grandeur algébrique.
Dans le cas du schéma ci-contre, lorsque l'interrupteur est en position 1, le courant circule dans le sens positif choisi (et représenté) et l'armature A se charge positivement (la charge électrique q>0 de l'armature A augmente et la charge de l'armature B est -q et augmente en valeur absolue). Lorsque l'interrupteur est dans la position 2, le courant circule dans le sens négatif, la condensateur se décharge (la charge q de l'armature A diminue).

<u>La convention récepteur</u>: Le circuit est orienté de A vers B, q est la charge de l'armature A et la flèche représentant la tension u_C aux bornes du condensateur est opposée à l'orientation du courant



3°) Relation entre la charge q et l'intensité du courant.

Avec la convention récepteur on a: $\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$

<u>Remarque:</u> Cette relation est valable ,aussi bien ,quand le courant circule dans le sens positif choisi ou dans l'autre sens.

Hajouni Jalel

4°) Capacité du condensateur.

L'expérience montre qu'un condensateur soumis à une tension u_C prend une charge q proportionnelle à u_C telle que:

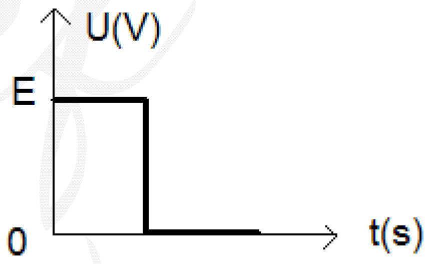
$q = C\,u_C$ avec
- q: charge prise par le condensateur en coulomb (C)
- u_C: tension électrique régnant aux bornes du condensateur en volt (V)
- C: capacité du condensateur en farad (F)

Remarque: le farad est une unité représentant une très grande capacité, rarement rencontrée en électronique ou au laboratoire. On utilise couramment les sous multiples: $1mF=10^{-3}F$, $1\mu F=10^{-6}F$, $1nF=10^{-9}F$ (nanofarad) et $1pF=10^{-12}F$ (picofarad).

II / Réponse d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension.

1°) préliminaire.

On dit qu'un dipôle est soumis à un échelon de tension si la tension électrique appliquée à ses bornes passe brutalement (en une durée extrêmement brève) de 0 à une tension constante E. Ou inversement si la tension électrique appliquée à ses bornes passe brutalement de la valeur E à la valeur 0 constante. La tension appliquée peut alors être représentée comme il est indiqué ci-contre.



La réponse d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension est le comportement électrique de ce dipôle. Ce comportement peut être caractérisé par l'évolution de la tension aux bornes de ce dipôle, par l'évolution de l'intensité du courant dans ce dipôle ou par l'évolution de la charge prise par le condensateur au cours du temps.

- L'évolution de la tension aux bornes du dipôle ohmique ou aux bornes du condensateur peut être facilement visualisée à l'aide d'un oscilloscope à mémoire ou d'ordinateur muni d'une interface
  - L'évolution de l'intensité du courant peut être visualisée à l'aide de l'ordinateur. Il suffit de visualiser la tension u_R aux bornes du dipôle ohmique puis, en tenant compte de la loi d'Ohm ($u_R=Ri$), de demander à l'ordinateur de tracer la courbe $i=u_R/R$.
  - L'évolution de la charge du condensateur est obtenue à l'aide de l'ordinateur en lui demandant de tracer la courbe: $q=C\,u_C$.

2°) Etude expérimentale .

L'étude approfondie du TP est indispensable. Nous ne rappellerons ici que les principaux résultats obtenus.

- Lors de la charge du condensateur, la tension aux bornes du condensateur croît plus ou moins rapidement pour atteindre la valeur de la tension imposée par le générateur de tension constante E.
- Les paramètres qui ont une influence sur la rapidité de cette évolution sont: la résistance R du dipôle ohmique et la capacité C du condensateur. E n'a aucune influence sur cette rapidité d'évolution.
- Plus R est grande, plus u_C met de temps pour tendre vers E.
- Plus C est grande, plus u_C met de temps pour tendre vers E.
- La durée τ =RC apparaît comme une durée caractéristique de l'évolution du système. τ donne un ordre de grandeur du temps que met la tension u_C pour atteindre (à 99% près) la valeur E. On dit alors que le condensateur est chargé.
- τ peut être déterminé graphiquement par trois méthodes différentes:

❖ Méthode de la tangente à l'origine

❖ Méthode des 63 %

❖ Méthode consistant à remarquer que le condensateur est considéré comme chargé au bout d'une durée tc≈5 τ

- Lors de la décharge du condensateur, la tension u_C décroît plus ou moins rapidement de E à 0. On peut faire les mêmes observations qu'en ce qui concerne la charge.
- La tension u_C est une fonction continue du temps pour un cycle charge - décharge.
- La tension u_R aux bornes du dipôle ohmique est une fonction discontinue du temps pour un cycle charge - décharge. Il en est donc de même pour i.

3°) Etude théorique.

Il s'agit dans cette partie de montrer qu'il existe une théorie, fondée sur les propriétés électriques des circuits, qui permet de retrouver les résultats expérimentaux et qui permettra donc ultérieurement de prévoir le comportement d'un dipôle RC si l'on connaît ses paramètres caractéristiques R et C.

❑ **a/ Equations différentielles vérifiées par la tension u_C.**

Considérons d'abord la phase de charge du condensateur. Le courant circule dans le sens positif (convention récepteur).

La loi d'additivité des tensions appliquée aux bornes du dipôle RC permet d'écrire: $u_R+u_C=E$

La loi d'Ohm appliquée au dipôle ohmique permet d'écrire: $u_R=R\,i$.

Selon la convention récepteur: $i = \dfrac{dq}{dt}$

mais $q=Cu_C$ => $q= C\frac{du_c}{dt}$ et $u_R=RC\frac{du_c}{dt}$.

Finalement l'équation différentielle cherchée s'écrit: $RC\frac{du_c}{dt}+u_C=E$

<u>Considérons la phase de décharge du condensateur</u>. Le courant circule dans le sens négatif mais la convention récepteur est toujours en vigueur.

La tension imposée par le générateur est alors 0. L'équation différentielle est alors: $RC\frac{du_c}{dt}+u_C=0$.

❑ b/ Solutions des équations différentielles précédentes.

Dans le cadre du cours de physique de terminale on ne demande pas de résoudre ces équations différentielles (c'est-à-dire de trouver la fonction numérique $u_C=f(t)$ qui vérifie ces équations) mais de préciser à quelles conditions la fonction numérique $u_C= A\,e^{-t/\tau}+ B$ (où A, B et τ sont des constantes) est bien solution des équations différentielles.

<u>Cas de la charge du condensateur</u>.

La fonction numérique $u_C=A\,e^{-t/\tau}+ B$ est solution de l'équation différentielle $RC\frac{du_c}{dt}+u_C=E$ si cette équation est vérifiée par la fonction numérique proposée et par sa dérivée. Or: $\frac{du_c}{dt}= -\frac{A}{\tau.e^{\frac{t}{\tau}}}$. En reportant cette expression de $\frac{du_c}{dt}$ et de u_C dans l'équation différentielle on a: $-RC\frac{A}{\tau.e^{\frac{t}{\tau}}}+A\,e^{-t/\tau}+B=E$

ou encore: $Ae^{-t/\tau}(1-RC/\tau)+B=E$

Cette équation devant être vérifiée quelque soit la date t. On a donc les deux conditions suivantes:

$B=E$ et $1-RC/\tau=0$ => $\tau=RC$

la fonction numérique u_C s'écrit donc provisoirement: $u_C=Ae^{-t/RC}+E$

Il est possible de donner un sens physique à la constante mathématique A en examinant la valeur de u_C à l'instant t=0 (conditions aux limites). A cette date $u_C=0$ alors $0=A+E$ => $A=-E$.

d'où la solution de l'équation différentielle lors de la charge: $u_C=E(1-e^{-t/RC})$.

Cas de la décharge du condensateur.

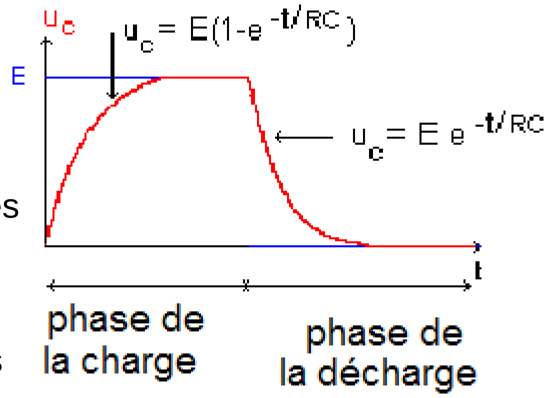
En introduisant les expressions de u_C et de du_C/dt dans l'équation différentielle de la décharge on a: $A\ e^{-t/t}(1-RC/\tau)+B=0$

cette équation devant être vérifiée quelque soit la date t. On a donc les deux conditions suivantes:$B=0$ et $1-RC/\tau=0$ => $\tau=RC$

la fonction numérique u_C s'écrit donc provisoirement: $u_C=Ae^{-t/RC}$

Il est possible de donner un sens physique à la constante mathématique A en examinant la valeur de u_C à l'instant t=0 (début de la décharge). A cette date $u_C=E$ alors A=E et la solution de l'équation différentielle de la décharge s'écrit $u_C=Ee^{-t/RC}$.

Les résultats précédents sont résumés ci-contre.



- c/ Réponse en intensité.

Dans la partie précédente, nous nous sommes intéressés à la réponse du dipôle RC en tension. C'est-à-dire que nous avons examiné l'évolution de la tension aux bornes du condensateur. Il est intéressant d'examiner la réponse en intensité.

C'est-à-dire d'étudier l'évolution de l'intensité i du courant dans le dipôle RC au cours du temps lors du cycle charge-décharge.

Dans les deux cas (charge ou décharge) on a d'après la loi d'Ohm $i=\frac{U_R}{R}$

Etude de la charge

La loi d'additivité des tensions s'écrit: $E=u_C+u_R$ => $u_R=E-u_C$ on en déduit $i=\frac{E-U_C}{R}$

Hajouni Jalel

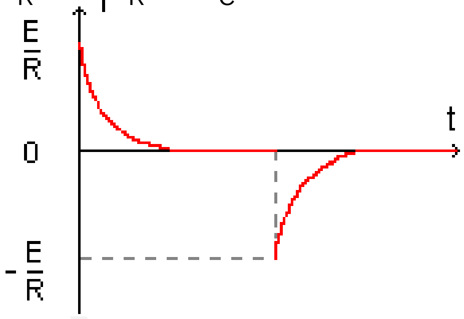
pendant la charge l'expression de u_C est: $u_C = E - Ee^{-t/RC}$ alors $i = \dfrac{E.e^{\frac{-t}{RC}}}{R}$

Cette expression de i montre que l'intensité du courant de charge décroît aux cours de la charge, de la valeur $i_0 = E/R$ à la valeur voisine de 0 (le condensateur est chargé). Cela signifie que plus la phase de charge avance plus il est difficile de charger le condensateur.

Etude de la décharge.

La loi d'additivité des tensions s'écrit: $0 = u_C + u_R \Rightarrow u_R = -u_C$

On en déduit $i = \dfrac{-Uc}{R}$



i = - I =pendant la décharge l'expression de u_C est: $u_C = Ee^{-t/RC}$ alors $i = -\dfrac{E.e^{\frac{-t}{RC}}}{R}$

Cette expression montre que le courant circule dans le sens négatif et croît de la valeur $i_0 = -E/R$ (valeur à l'instant t=0 correspondant au début de la décharge) à une valeur proche de 0.

Entre la fin de la phase de charge et le début de la phase de décharge il apparaît une discontinuité dans la fonction i=f(t) qui correspond à l'inversion du sens du courant.

Cette évolution de l'intensité est résumée sur le schéma ci-dessus

4°) Constante de temps du dipôle RC.

Le facteur $\tau = RC$ apparaît aussi bien dans les équations différentielles de charge et de décharge que dans les expressions de u_C et i.

❑ a/ Dimension du produit RC.

$[RC] = [R][C]$ or $R = \dfrac{U}{I} \Rightarrow [R] = [U][I]^{-1} \Rightarrow [C] = [q / U] = [I]\,[T]\,[U]\,]^{-}$ finalement

$[RC] = [U]\,[I]^{-1}[I]\,[T][U]^{-1} \Rightarrow [RC] = [T]$

$\tau = RC$, homogène à une durée, est appelé constante de temps du dipôle RC et s'exprime en seconde (si R est en ohm (Ω) et C en farad (F)).

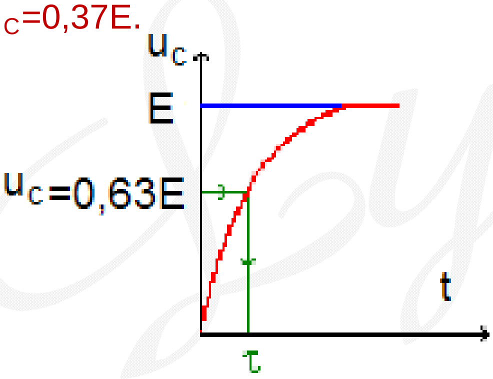
τ est une durée Caractéristique du dipôle RC qui nous donne un ordre de grandeur de la durée de la charge ou de la décharge du condensateur.

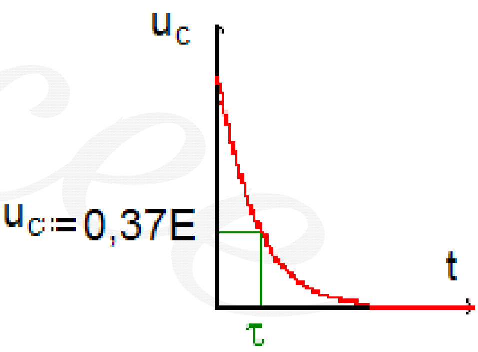
b/ Détermination expérimentale de la constante de temps.

Méthode des 63%

Examinons la valeur que prend u_C lors de la charge du condensateur lorsque $t=\tau$. en reprenant l'expression $u_C=E(1-e^{-t/RC})$, à la date $t=\tau$: on a: $u_C(t) = E(1 - e^{-1})$ $\Rightarrow$ $uc(t) = 0{,}63$ E . Il suffit alors de lire sur le graphe $u_C=f(t)$ la valeur de   (voir ci-après).

Le même raisonnement appliqué à la décharge du condensateur donne $t = \tau$ pour $u_C=0{,}37E$.



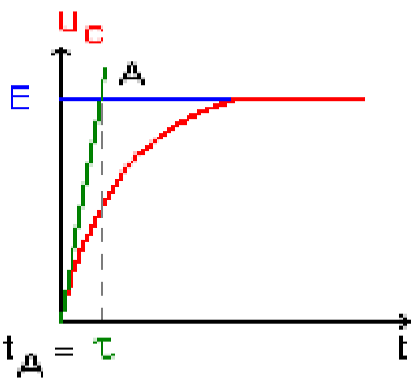


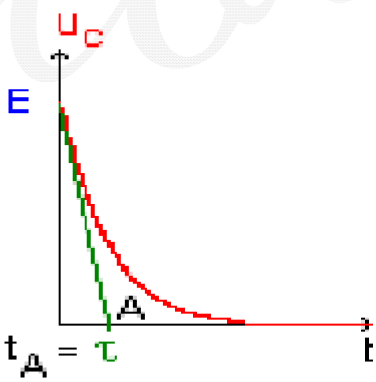
Méthode de la tangente à l'origine.

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $u_C=f(t)$ est: $a = \dfrac{duc}{dt}$ $\Rightarrow$ a=

$$\frac{d\,E(1-e^{\frac{-t}{\tau}})}{dt} \Rightarrow a= \frac{Ee^{\frac{-t}{\tau}}}{\tau}$$ et à l'origine des dates t=0 on a $a = \dfrac{E}{\tau}$

Si l'on note A le point d'intersection de la tangente à l'origine et de la droite $u_C=E$, alors l'abscisse de A est t_A. Avec ces notations, le coefficient directeur de la tangente à l'origine est: $a=E/t_A$. En comparant les deux expressions du coefficient directeur de la tangente à l'origine on a: $\tau = t_A$. Le même raisonnement appliqué à la décharge conduit aux deux constructions présentées ci-dessous:





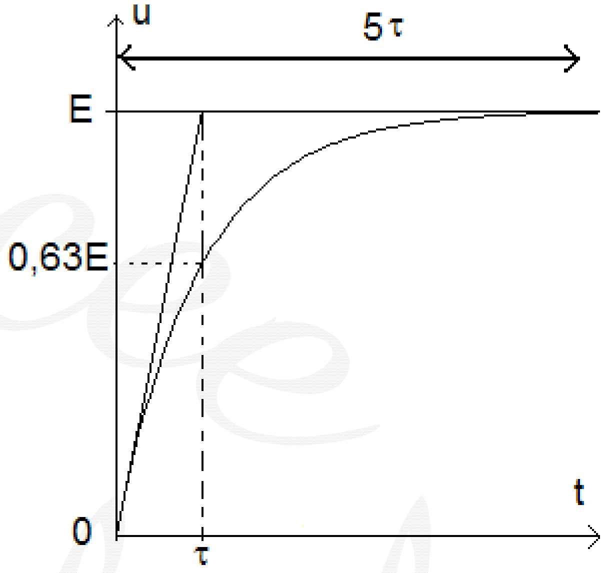
Hajouni Jalel

REMARQUES :

RQ1 : **Quel temps est nécessaire pour atteindre 99 % de la valeur maximale ?**

$$0{,}99\,E = E(1-\exp^{-t/\tau}) \Rightarrow 0{,}01 = \exp^{-t/\tau}) \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \mathrm{Ln}(0{,}01) \Rightarrow \approx 5\tau$$

- Allure générale de la courbe u(t)

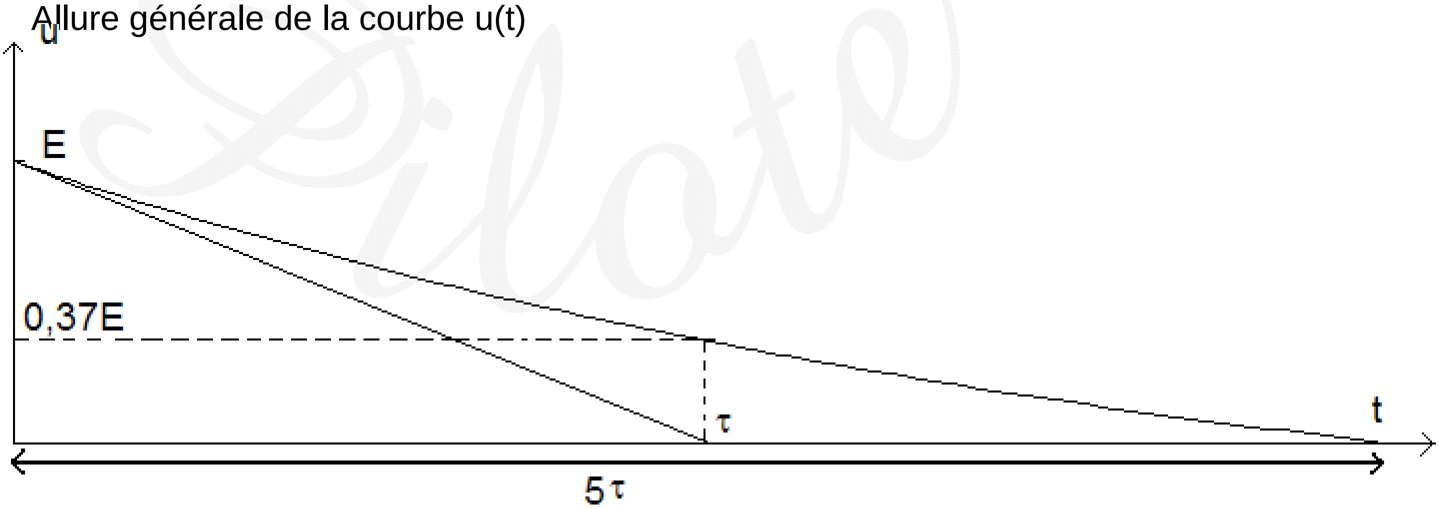


La tangente par l'origine passe par le point (τ,E)
Le condensateur a pris 0,63 de sa charge maximum à la date t=τ
Le condensateur est quasiment charge après une durée de 5τ

- RQ2 : **Quel temps est nécessaire pour perde 99% de sa charge ?**

$$0{,}01E = Ee^{-t/\tau} \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln(0{,}01) \Rightarrow t \approx 5\tau$$

- Allure générale de la courbe u(t)



La tangente à l'origine passe par le point (τ,0)
Le condensateur a perdu 63% de sa charge maximum à la date t=τ
Le condensateur est complètement déchargé après une durée 5τ

III / *Energie emmagasinée dans un condensateur.*

1°) Relation donnant cette énergie.

L'énergie emmagasinée dans un condensateur de capacité C aux bornes duquel règne une tension u_C est: $\boxed{E_C = 1/2\ C u_C^2}$

- E: énergie électrique en joule (J)
- C: capacité du condensateur en farad (F)
- u_C: tension entre les armature du condensateur en volt (V)

2°) Ordre de grandeur de la durée du transfert d'énergie.

L'énergie est transférée du générateur vers le condensateur lors de la phase de charge et du condensateur vers le circuit de décharge lors de la phase de décharge.

L'évolution de la tension aux bornes du condensateur se fait de façon continue en une durée dont l'ordre de grandeur est τ. Ces transferts d'énergie ne sont donc pas instantanés (même s'ils peuvent être très brefs comme dans le cas d'un flash). L'ordre de grandeur de la durée de ces transferts est τ.